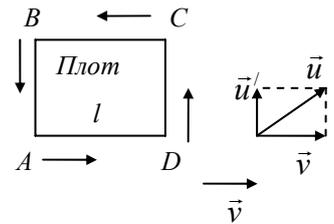


Условия задач. Теоретический тур.

1. В один из сообщающихся сосудов налита вода, в другой масло. На какое расстояние сместится граница раздела жидкостей по горизонтальной трубке, если на поверхность трубки налить слой такого же масла толщиной $l = 0,5$ см? Площади поперечного сечения сосудов одинаковы. Отношение площади поперечного сечения каждого из сосудов к площади поперечного сечения горизонтальной трубки $S/S_1 = 10$. Плотность воды $\rho_B = 1$ г/см³, масла $\rho_M = 0,85$ г/см³.

2. По неподвижной морской глади буксируется квадратный плот, сторона которого l , со скоростью v относительно воды (примем, что поверхность моря этим движением не возмущается). У одного из углов пловца выныривает дельфин и в дальнейшем плывет по периметру пловца параллельно его бокам в непосредственной близости от них. Сколько времени понадобится дельфину, чтобы вернуться к исходному углу, если он плывет с неизменной скоростью u относительно воды? Считать, что сторона пловца l достаточно велика и особенности движения в поворотных точках не учитывать.



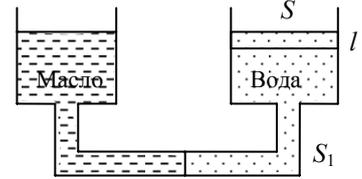
3. Тележка массы M движется по инерции по горизонтальной поверхности со скоростью v_0 . На передний край тележки кладут тело массой m с нулевой начальной скоростью относительно горизонтальной поверхности. Размерами тела можно пренебречь по сравнению с длиной тележки l . Коэффициент трения между телом и тележкой μ . Оказавшись на тележке, тело начинает по ней скользить. При какой длине тележки тело не соскользнет с нее?

4. Некоторая установка, выделяющая мощность 30 кВт, охлаждается водой, которая течет по спиральной трубке сечением 2 см². В установившемся режиме проточная вода нагревается на 15 °С. Определить скорость движения воды, считая, что мощность установки идет на нагревание воды. Плотность воды $\rho = 10^3$ кг/м³, удельная теплоемкость $c = 4190$ Дж/(кг·°С).

5. Проволочное кольцо включено в цепь, по которой проходит ток 9 А. Контакты делят длину кольца в отношении 1:2. При этом в кольце выделяется мощность 108 Вт. Какая мощность при той же силе тока во внешней цепи будет выделяться в кольце, если контакты разместить по диаметру кольца?

Решение задач.

Решение 1. Пусть после доливания масла уровень жидкости в правом сосуде опустится на Δh см. Тогда граница раздела в горизонтальной трубке сместится влево на расстояние $x = \frac{S}{S_1} \Delta h$ (1).



На такую же высоту Δh поднимется уровень масла в левом сосуде.

До наливания масла $\rho_M h_{1M} = \rho_B h_{1B}$ (2), где h_{1M} , h_{1B} – уровни масла и воды в сосудах.

После наливания масла $\rho_M h_{2M} = \rho_B h_{2B} + \rho_M l$ (3), где h_{2M} , h_{2B} – новые уровни масла и воды в сосудах. $\Delta h = h_{2M} - h_{1M} = h_{1B} - h_{2B}$ (4), так как уровень масла в левом сосуде поднялся, а уровень воды в правом сосуде опустился.

Из (2) и (3) находим

$$\rho_M (h_{2M} - h_{1M}) = \rho_B (h_{2B} - h_{1B}) + \rho_M l, \quad \rho_M \Delta h = \rho_M l - \rho_B \Delta h \Rightarrow \Delta h = \frac{\rho_M}{\rho_M + \rho_B} l \quad (5).$$

Подставляя (5) в (1), имеем

$$x = \frac{S}{S_1} \cdot \frac{\rho_M}{\rho_M + \rho_B} \cdot l.$$

После вычислений $x = 2,3$ см.

Решение 2. Пусть движение дельфина начинается от угла A . На участке AD скорость дельфина относительно плота будет $u - v$, на участке CB эта скорость будет $u + v$. Тогда время движения по этим участкам составит в сумме

$$\frac{l}{u - v} + \frac{l}{u + v} = \frac{2ul}{u^2 - v^2}.$$

Рассмотрим поперечное движение вдоль DC . Для того чтобы относительно плота плыть параллельно его борту, дельфин должен так направить вектор своей скорости относительно воды, чтобы одна из ее составляющих, перпендикулярная DC , была равна v , а другая была параллельна DC , на рисунке \vec{u}' .

Время движения относительно борта DC равно

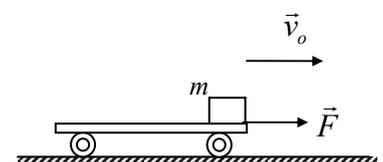
$$\frac{l}{u'} = \frac{l}{\sqrt{u^2 - v^2}},$$

так как $u' = \sqrt{u^2 - v^2}$. На участке BA ситуация аналогичная.

В итоге на поперечное движение будет затрачено время $\frac{2l}{\sqrt{u^2 - v^2}}$. Общее время

движения дельфина равно $t = \frac{2ul}{u^2 - v^2} + \frac{2l}{\sqrt{u^2 - v^2}}.$

Решение 3. Рассмотрим движение тела и тележки относительно горизонтальной поверхности. Находясь под действием силы трения \vec{F} , направленной в том же направлении, что и \vec{v}_o , тело будет двигаться в этом же направлении с



ускорением $a = \frac{\mu mg}{m} = \mu g$ при нулевой начальной скорости. Поначалу, скорость тела будет меньше скорости движения тележки, и это отставание тела и будет означать его движение относительно тележки в обратном направлении – соскальзывание.

Согласно 3-го закона Ньютона на тележку будет действовать силы трения, направленная противоположно \vec{F} и равная ей по модулю. Сообщаемое этой силой тележке ускорение равно $a_1 = \frac{F}{M} = \frac{\mu mg}{M}$ направлено противоположно направлению движения тележки. В результате скорость тележки будет убывать при начальном значении ее v_0 .

Отсюда следует, что в некоторый момент времени, если тело ранее не соскользнет с тележки, скорости тележки и тела относительно горизонтальной поверхности сравняются. Это будет означать, что тело и тележка продолжат далее движение как одно тело по инерции, соскальзывание прекратится.

Найдем этот момент времени. Скорость тела будет меняться по закону

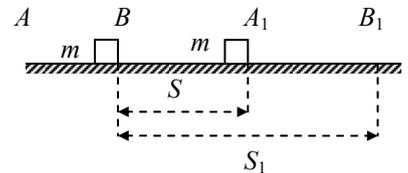
$$v = at = \mu gt \quad (1).$$

Скорость тележки $v_1 = v_0 - a_1 t = v_0 - \mu g \frac{m}{M} t$ (2). Станет $v = v_1$ в момент когда

$$\mu gt = v_0 - \mu g \frac{m}{M} t \Rightarrow t = \frac{v_0 M}{\mu g(M + m)} \quad (3).$$

Однако, тело может соскользнуть с тележки ранее этого момента. Чтобы этого не произошло, необходимо, чтобы разность путей, пройденных телом и тележкой, была меньше (как предел равна) длины тележки l : $l \geq \Delta S$ (4).

Необходимость этого требования видна из рисунка: A, B, A_1, B_1 – положение концов тележки в исходный момент времени и в момент t согласно (3). В этот момент тело должно еще находиться между A_1 и B_1 . Отсюда и вытекает необходимость $l \geq \Delta S = S_1 - S$, где S_1 – путь, пройденный тележкой, S – путь тела (относительно горизонтали). Находим



$$S = \frac{at^2}{2} = \frac{\mu gt^2}{2}, \quad S_1 = v_0 t - \frac{a_1 t^2}{2} = v_0 t - \frac{\mu g m t^2}{2M}. \quad \Delta S = S_1 - S = v_0 t - \frac{\mu g t^2}{2} \frac{m + M}{M},$$

согласно (4)

$$l \geq v_0 t - \frac{\mu g t^2}{2} \frac{m + M}{M}.$$

После подстановки в последнее выражение времени (3):

$$l \geq v_0 t - \frac{M v_0^2}{2 \mu g (M + m)}.$$

Решение 4. За счет выделяемой мощности P вода получит количество теплоты $Q = P \cdot \tau$ за время τ . За это же время через охлажденную систему пройдет масса воды $\Delta m = \rho S v \tau$ и поглотит количество теплоты равное

$$Q = c \Delta m \Delta t = c \rho S v \tau \Delta t = P \cdot \tau,$$

откуда

$$v = \frac{P}{c\rho S\Delta t} = \frac{30 \cdot 10^3}{4190 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-4} \cdot 15} = 2,4 \text{ м/с.}$$

Решение 5. 1 случай.Пусть R – полное сопротивление провода, образующего кольцо. В первом случае:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{1}{2} \Rightarrow R_1 = \frac{R}{3} \cdot 1 = \frac{R}{3}, \quad R_2 = \frac{R}{3} \cdot 2 = \frac{2}{3}R.$$

Отношение токов в параллельных участках $\frac{I_1}{I_2} = \frac{2}{1}$,

тогда

$$I_1 + I_2 = I = 9 \text{ А, а } I_1 = 6 \text{ А, } I_2 = 3 \text{ А.}$$

$$P_1 = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2.$$

Подставляя значения, имеем $108 = 6^2 \frac{R}{3} + 3^2 \frac{2R}{3} \Rightarrow R = 6 \text{ Ом.}$

2 случай.

Сопротивление параллельных участков будет по $\frac{R}{2}$ и

$$P_2 = \left(\frac{I}{2}\right)^2 \frac{R}{2} + \left(\frac{I}{2}\right)^2 \frac{R}{2} = \frac{I^2 R}{4} = 121,5 \text{ Вт.}$$